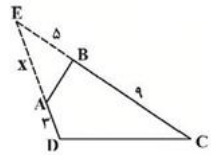
سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

$\widehat{B} + \widehat{D} = ۱۸۰^\circ$ است، پس زاویهٔ خارجی رأس B با زاویهٔ D برابر است و

زاویهٔ E در هر دو مثلث ABE و CDE مشترک است. پس دو مثلث

ABE و CDE متشابه‌اند.



$$\frac{۵}{x+۳} = \frac{x}{۱۴} \Rightarrow x^۲ + ۳x = ۷۰$$
$$\Rightarrow x^۲ + ۳x - ۷۰ = ۰$$

$$\Rightarrow (x+۱۰)(x-۷) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱۰ & \text{غ ق ق} \\ x = ۷ \end{cases}$$

$$\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}} = \left(\frac{۵}{۷+۳}\right)^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{S_{CDE} - S_{ABE}}{S_{CDE}}$$
$$= \frac{S_{ABCD}}{S_{CDE}} = \frac{۴-۱}{۴} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{S_{CDE}}{S_{ABCD}} = \frac{۴}{۳}$$

سوال ۲

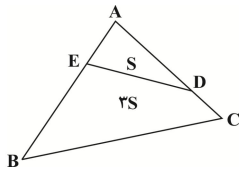
پاسخ: گزینه ۳

دو مثلث ADE و ABC به حالت (ز ز) متشابهند. پس اضلاع روبرو به زاویه‌های برابر در دو مثلث با همدیگر متناسبند:

$$\frac{x+۱}{x+۵} = \frac{x}{x+۳} \Rightarrow x = ۳$$

$$\frac{x+۱}{x+۵} = \frac{x}{x+۳} \Rightarrow x = ۳$$

پس $k = \frac{۱}{۲}$ نسبت تشابه دو مثلث و $k^۲ = \frac{۱}{۴}$ نسبت مساحت دو مثلث می‌باشد. بنابراین با فرض $S_{AED} = S$ داریم:

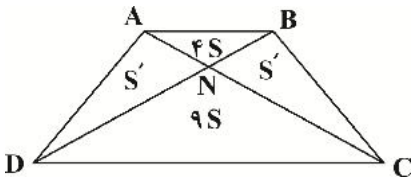


$$\frac{S_{EDCB}}{S_{ABC}} = \frac{۳S}{۳S+S} = \frac{۳}{۴}$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

دو مثلث $\overset{\triangle}{AN}B$ و $\overset{\triangle}{CN}D$ به حالت دو زاویه برابر متشابهند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{۳}{۲}$ است.



می‌دانیم در ذوزنقه شکل بالا مساحت دو مثلث کناری برابر و (S′) است. چون نسبت تشابه دو مثلث $\frac{۳}{۲}$ است. پس $\frac{NC}{NA} = \frac{۳}{۲}$

از آنجا که NC و NA قاعده‌های دو مثلث DNC و DNA با ارتفاع برابرند، پس:

$$۹S = \frac{۳}{۲}S' \Rightarrow S' = ۶S$$

حال:

$$\frac{S'}{۲S'+۱۳S} = \frac{۶S}{۲۵S} = \frac{۶}{۲۵} = \%۲۴$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۲

از تشابه دو مثلث $\overset{\triangle}{AB}H$ و $\overset{\triangle}{AH}C$ و نوشتن تناسب اضلاع داریم:

$$AH^{۲} = BH \times CH \Rightarrow ۹ = ۶ \times BH \Rightarrow BH = \frac{۹}{۶} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

$$BC = BH + CH = ۱/۵ + ۶ = ۷/۵$$

$$S_{\overset{\triangle}{AB}C} = \frac{۱}{۲}AH \times BC = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۷/۵ = \frac{۲۲/۵}{۲} = ۱۱/۲۵$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} \hat{A} = \widehat{D_۱} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow D\overset{\triangle}{C}E \sim A\overset{\triangle}{C}B$$

$$\Rightarrow \frac{EC}{BC} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{۸}{۲۰} = \frac{DC}{۱۰}$$

$$\Rightarrow DC = ۴ \Rightarrow BD = BC - DC = ۲۰ - ۴ = ۱۶$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۲

$$BC^{۲} = ۳^{۲} + ۴^{۲} \Rightarrow BC = ۵$$

$$AH.BC = AB.AC$$

$$AH \times ۵ = ۳ \times ۴ \Rightarrow AH = ۲/۴$$

$$\overset{\triangle}{AHC} : AH^{۲} = AK.AC$$

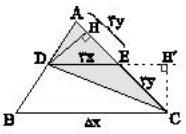
$$(۲/۴)^{۲} = x(۴) \Rightarrow x = ۱/۴۴$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۴

از آنجا که طبق فرض نسبت قاعده‌های ذوزنقه $\frac{۳}{۵}$ است (یعنی $\frac{DE}{BC} = \frac{۳}{۵}$)، فرض می‌کنیم $DE = ۳x$ و $BC = ۵x$.

طبق تعمیم قضیه‌ی تالس داریم: $\frac{AE}{AC} = \frac{۳}{۵}$ یا به عبارت دیگر $AE = ۳y$ و $EC = ۲y$. مطابق شکل داریم:



$$\frac{S(\overset{\triangle}{ACD})}{S(\overset{\triangle}{CDE})} = \frac{\frac{۱}{۲}DH \times AC}{\frac{۱}{۲}DH \times CE} = \frac{AC}{CE} = \frac{۵y}{۲y} = \frac{۵}{۲}$$

$$\Rightarrow S(\overset{\triangle}{ACD}) = \frac{۵}{۲}S(\overset{\triangle}{CDE}) \quad (۱)$$

از طرفی:

$$\frac{S(\overset{\triangle}{CDE})}{S(BCED)} = \frac{\frac{۱}{۲}CH' \times DE}{\frac{۱}{۲}CH' \times (BC+DE)} = \frac{۳x}{۵x+۳x} = \frac{۳}{۸}$$

$$\Rightarrow S(\overset{\triangle}{CDE}) = \frac{۳}{۸}S(BCED) \quad (۲)$$

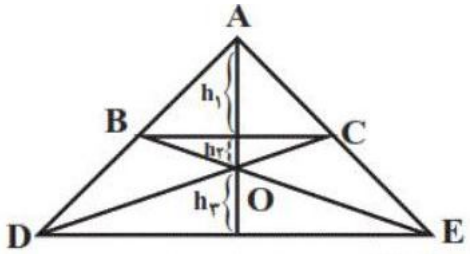
$$(۱),(۲) \Rightarrow S(\overset{\triangle}{ACD}) = \frac{۵}{۲} \times \frac{۳}{۸}S(BCED) = \frac{۱۵}{۱۶}S(BCED)$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به قاعده تالس جزء به کل داریم:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{۱}{۴} = \frac{h_۱}{h_۱+h_۲+h_۳} \quad (*)$$



دو مثلث OBC و ODE متشابه‌اند. داریم:

$$\frac{BC}{DE} = \frac{h_۲}{h_۳} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow h_۳ = ۴h_۲ \quad (**)$$

با جای‌گذاری (**) در (*) داریم:

$$\frac{۱}{۴} = \frac{h_۱}{h_۱+h_۲+۴h_۲} \Rightarrow h_۱ + ۵h_۲ = ۴h_۱ \Rightarrow h_۲ = \frac{۳}{۵}h_۱$$

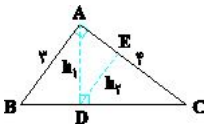
$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{OBC}} = \frac{\frac{h_۱ \times BC}{۲}}{\frac{h_۲ \times BC}{۲}} = \frac{h_۱}{h_۲} = \frac{h_۱}{\frac{۳}{۵}h_۱} = \frac{۵}{۳}$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۲

گزینه ۲

$AD = h_۱$
$DE = h_۲$



طبق قضیه فیثاغورس : $BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ \Rightarrow BC^۲ = ۹ + ۱۶ = ۲۵$

$\Rightarrow BC = ۵$

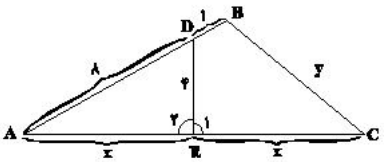
در دو مثلث قائم‌الزاویه متشابه ABC و ACD، به‌ترتیب $h_۱$ و $h_۲$ ارتفاع‌های وارد بر وتر هستند، پس نسبت آن‌ها برابر با نسبت تشابه است، یعنی:

$$\frac{h_۲}{h_۱} = \frac{AC}{BC} = \frac{۴}{۵}$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

زوایای B و $E_۱$ مکمل‌اند. از طرفی $\hat{E}_۱$ و $\hat{E}_۲$ نیز مکمل‌اند. پس $\hat{B}$ با $\hat{E}_۲$ برابر است.



دو مثلث ADE و ACB دو زاویه برابر دارند ($\hat{A}$ مشترک و $\hat{B} = \hat{E}_۲$)، پس با هم متشابه‌اند.

تناسب اضلاع متناظر بین دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۹} = \frac{۸}{۲x} = \frac{۴}{y} \Rightarrow \begin{cases} ۲x^۲ = ۷۲ \\ ۸y = ۸x \end{cases} \Rightarrow x = y = ۶ = BC = ۶$$